

基于拟动力学高速角接触球轴承动态特性分析

李德水, 陈国定, 余永健
(西北工业大学 机电学院, 西安 710072)

摘 要: 为真实地反映高速角接触球轴承的运转情况,建立了高速角接触球轴承拟动力学分析模型,选用 BFGS(Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno)计算方法嵌入高速角接触球轴承拟动力学计算程序,并通过与 SKF 公司开发的拟动力学分析程序 AT74Y001 的计算实例进行对比,两者计算误差在 5%之内.通过分析不同结构参数合工况参数对轴承动态特性的影响可以得到:随着轴向载荷的增大,内、外圈接触角增大;随着径向载荷的增大,在承载区内圈接触角减小,外圈接触角增大,在非承载区内圈接触角增大,外圈接触角减小;随着转速的增加,轴承内圈接触角的逐渐变大,外圈接触角逐渐变小;随着钢球数目和轴向载荷的增大,轴承在 3 个方向刚度逐渐增大;随着内圈沟曲率系数、径向载荷和转速增大,轴承在 3 个方向刚度逐渐减小.

关 键 词: 高速; 角接触球轴承; 拟动力学; 刚度; 动态特性

中图分类号: V229+.2; TH133 **文献标志码:** A

Analysis on dynamic characteristics of high speed angular contact ball bearing based on quasi-dynamic

LI De-shui, CHEN Guo-ding, YU Yong-jian
(School of Mechanical Engineering,
Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: In order to reflect the real operation of high speed angular contact ball bearings, a quasi-dynamic calculation model for high speed angular contact ball bearing was built. BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) mutative scale optimization was embedded in quasi-dynamic calculation program for high speed angular contact ball bearing and then the calculation model proposed was validated as compared with the calculation example in quasi-dynamic calculation program AT74Y001 developed by SKF Corporation, and error between the two calculation methods was within 5%. Quasi-dynamic equations were solved to analyze the dynamic performance of high speed angular contact ball bearing under different structural parameters and operating conditions. Results showed that, with the increase of axial load, the contact angle of inner and outer rings increased; with the increase of radial load, the inner contact angle decreased and the outer contact angle increased in the bearing area, while in the non bearing area, the inner contact angle increased and the outer contact angle decreased; with the increase of rotational speed, the inner contact angle increased, and

收稿日期: 2015-05-13
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51375148)
作者简介: 李德水(1988—),男,硕士,主要从事滚动轴承拟动力学方面的研究.

引用格式: 李德水,陈国定,余永健.基于拟动力学高速角接触球轴承动态特性分析[J].航空动力学报,2017,32(3):730-739. LI De-shui, CHEN Guoding, YU Yongjian. Analysis on dynamic characteristics of high speed angular contact ball bearing based on quasi-dynamic[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(3): 730-739.

the outer contact angle decreased; with the increase of the number of steel balls and axial load, the bearing stiffness increased in three directions; with the increase of curvature of inner ring groove of steel balls and radial load and rotational speed, the bearing stiffness decreased in three directions.

Key words: high speed; angular contact ball bearing; quasi-dynamic; stiffness; dynamic characteristics

随着轴承内径 D 与轴转速 N 的乘积 DN 值的不断提高,高速滚动轴承中滚动体打滑和磨损等引起滚动轴承失效的可能性增大,滚动轴承一旦失效会导致机械系统精度降低,振动急剧加大,甚至出现抱轴和断轴等现象,对于高速条件下应用较多的角接触球轴承而言,这一情况更为突出.因此有关角接触球轴承打滑失效和轴承刚度等动态特性的研究近年来得到了广泛的重视.

关于高速角接触球轴承的性能分析,早先有 Jones^[1] 依据其提出的套圈滚道控制理论,进行的滚动轴承拟静力学分析,但其研究并未考虑润滑剂的作用;其后 Harris^[2] 结合弹流润滑理论建立了高速球轴承拟静力学分析模型,进一步推进了球轴承静力学研究的进展.由于轴承静力学分析存在涉及自由度较少、计算精度较低,不能反映球轴承的真实运动状态等问题,很快学术界提出了拟动力学分析的模型和方法以应对轴承静力学研究方法的不足. Boness^[3] 修正了 Harris 的拟静力学模型、提出了他们的高速球轴承拟动力学分析模型,研究工作主要侧重保持架与套圈引导面,滚动体与保持架兜孔之间的相互作用力分析,仍存在对钢球约束不够,自由度较少的问题.其后, Walters^[4] 建立了钢球 6 自由度模型,以解决 Boness 模型理论不甚完善、模型过于简化等问题.姜维等^[5]、唐云冰等^[6] 和李锦标等^[7-8] 也分别采用拟动力学分析模型开展了航空发动机高速球轴承力学特性的分析与研究;王黎钦和崔立等则运用牛顿-拉夫逊方法进行了高速滚动轴承拟动力学分析.尽管在此期间也有学者提出了高速球轴承动力学模型,例如 Meeks 和 Gupta^[9-10] 采用动力学分析模型分析高速滚动轴承中轴承元件的瞬态运动不稳定性,但由于轴承动力学模型涉及因素过多和计算复杂,因而在学术研究与工程应用中仍不及拟动力学研究广泛.目前国内对轴承拟动力学的研究仍存在一些问题,例如忽略因钢球公转速度差异引起的切向惯性力,以及钢球与内外滚道间的滚动摩擦力和滑动摩擦力,从而致使分析模型过于简化;再比如大多数拖动力模型

中,当滚动体在接触区滑动速度较大时,润滑剂不再是牛顿流体,以牛顿流体计算滚动体的油膜拖动力会有很大误差.这些问题都在一定程度上使得高速滚动轴承拟动力学分析结果与实际情况有较大差距.此外,当更为系统的轴承元件力学关系被计入时,轴承拟动力学方程更为复杂且更具非线性特征,存在着探求行之有效的求解方法的需求.

本文建立了承受径向和轴向联合载荷的高速角接触球轴承拟动力学模型,考虑了离心力、陀螺力矩、惯性力矩等轴承元件间的相互作用力和力矩以及油气混合物对钢球的风阻力等影响,模型中还包含了考虑热效应和运动贫油的修正弹流润滑分析及考虑表面粗糙度影响的拖动力分析,分别应用稳定性较好的 BFGS 变尺度法^[11] 求解钢球拟动态平衡方程,以及牛顿-拉夫逊方法求解保持架和内圈拟动态平衡方程,实现高速角接触球轴承拟动力学方程组的联立求解.在此基础上提出了基于拟动力学分析的高速角接触球轴承支承刚度的计算方法,在揭示高速角接触球轴承动态特性的同时,为轴承-转子系统支承刚度计算提供更为准确的方法.

1 高速角接触球轴承拟动力学模型

高速角接触球轴承拟动力学模型由受载后轴承元件的位移-变形关系、钢球拟动态平衡方程组、保持架平衡方程组和内圈平衡方程组等构成,轴承元件的位移-变形关系和 3 个方程组的建立分述如下.

1.1 轴承元件的位移-变形关系

图 1 所示为轴承元件位移与变形关系.图中, O_b, O'_b 分别表示钢球中心初始位置和承载后的位置; O_i, O'_i 分别表示内圈沟道曲率中心的初始位置和承载后的位置; O_e 表示外圈沟道曲率中心位置. α_0 为初始接触角; α_{ij} 和 α_{ej} 分别为钢球内、外圈接触角; δ_x, δ_y 和 δ_z 分别为内圈在 x, y 和 z 方向上的位移; θ_y 和 θ_z 分别为内圈绕 y 轴和 z 轴的角位移; ϕ_j 为钢球的位置角; X_{aj} 和 X_{rj} 分别为轴承

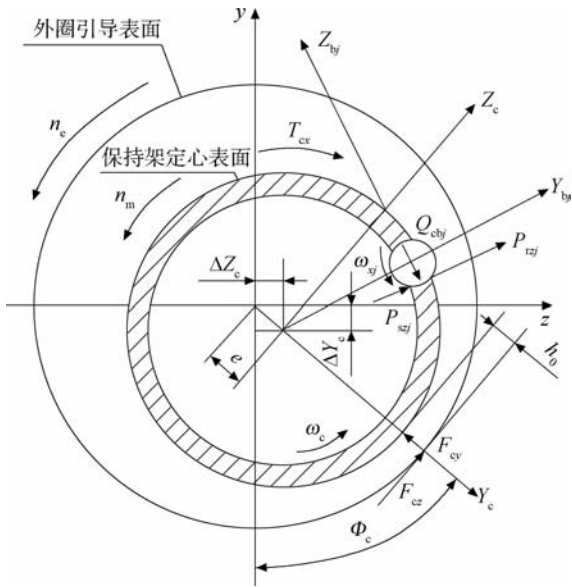


图 3 保持架受力分析

Fig. 3 Diagram of force analysis of cage

$$\sum_{j=1}^z [Q_{cbj} \sin \phi_{ij} + (P_{szj} - P_{rzj}) \cos \phi_{ij}] + F_{cy} = 0 \quad (17)$$

$$\sum_{j=1}^z [-Q_{cbj} \cos \phi_{ij} + (P_{szj} - P_{rzj}) \sin \phi_{ij}] + F_{cz} = 0 \quad (18)$$

$$\frac{1}{2} \sum_{j=1}^z -Q_{cbj} D_m + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^z D_{ck} (P_{szj} - P_{rzj}) + T_{cx} = 0 \quad (19)$$

式中 P_{rzj} 为钢球与保持架兜孔之间的滚动摩擦力; P_{szj} 为钢球与保持架兜孔之间的滑动摩擦力; D_{ck} 为保持架兜孔直径; T_{cx} , F_{cy} 和 F_{cz} 满足

$$\begin{bmatrix} T_{cx} \\ F_{cy} \\ F_{cz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi_c & -\sin \phi_c \\ 0 & \sin \phi_c & \cos \phi_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T'_{cx} \\ F'_{cy} \\ F'_{cz} \end{bmatrix}$$

式中

$$T'_{cx} = 2\pi\eta_0 V_c R_c L / (C_c \sqrt{1 - \epsilon_c^2}) \quad (20)$$

$$F'_{cy} = \pm \eta_0 u_c L^3 \epsilon_c^2 / [C_c^2 (1 - \epsilon_c^2)^2] \quad (21)$$

$$F'_{cz} = \mp \eta_0 \mu_c L^3 \epsilon_c^2 / [4C_c^2 (1 - \epsilon_c^2)^{2/3}] \quad (22)$$

$$\epsilon_c = \sqrt{\Delta_{yc}^2 + \Delta_{zc}^2} / C_c \quad (23)$$

$$\phi_c = \arctan\left(\frac{\Delta_{zc}}{\Delta_{yc}}\right) \quad (24)$$

式中 $\pm$ 和 $\mp$ 符号中, 上面符号表示保持架内圈引导, 下面符号表示保持架外圈引导; η_0 为润滑油动力黏度; V_c 为保持架引导表面与定心表面相对滑动速度; R_c 为引导定心表面直径; L 为保持架引导宽度; C_c 为保持架引导间隙; μ_c 为润滑油拖动速度。

1.4 内圈平衡方程组

根据钢球与轴承内圈的力学关系, 列出轴承内圈的平衡方程为

$$F_x - \sum_{j=1}^z [Q_{ij} \sin \alpha_{ij} + (T_{xij} - F_{rxij}) \cos \alpha_{ij}] = 0 \quad (25)$$

$$F_y - \sum_{j=1}^z [Q_{ij} \cos \alpha_{ij} - (T_{xij} - F_{rxij}) \sin \alpha_{ij}] \cdot \sin \varphi_{ij} = 0 \quad (26)$$

$$F_z - \sum_{j=1}^z [Q_{ij} \cos \alpha_{ij} - (T_{xij} - F_{rxij}) \sin \alpha_{ij}] \cdot \cos \varphi_{ij} = 0 \quad (27)$$

$$M_y - \sum_{j=1}^z \{R_i [Q_{ij} \sin \alpha_{ij} + (T_{xij} - F_{rxij}) \cos \alpha_{ij}] - f_i (T_{xij} + F_{rxij}) \cos \alpha_{ij}\} \sin \varphi_{ij} = 0 \quad (28)$$

$$M_z - \sum_{j=1}^z \{R_i [Q_{ij} \sin \alpha_{ij} + (T_{xij} - F_{rxij}) \cos \alpha_{ij}] - f_i (T_{xij} + F_{rxij}) \cos \alpha_{ij}\} \cos \varphi_{ij} = 0 \quad (29)$$

式中 F_x, F_y, F_z 分别为轴承内圈在 x, y, z 三个方向受到的外部作用力; M_y, M_z 分别为轴承内圈在 θ_y 和 θ_z 方向上的受到的外部力偶。

2 拟动力学方程组的求解

高速角接触球轴承拟动力学分析的计算流程如图 4 所示, 通过联立求解钢球平衡方程组、保持架平衡方程组和内圈平衡方程组, 获得轴承元件的力学特性。整个求解过程中有几个关键环节分述如下:

1) 求解钢球平衡方程组时, 第 1 个钢球的接触角和角速度初值是通过拟静力学分析确定的。然后求解钢球平衡方程以获得此钢球与内、外圈接触角、公转角速度和自转角速度的收敛解。将第 1 个钢球的收敛解作为第 2 个钢球的计算初值, 通过求解钢球平衡方程获得第 2 个钢球与内外圈接触角、公转角速度和自转角速度的收敛解。以此类推逐个计算出轴承所有钢球的运动特性收敛解。

2) 为了应对钢球平衡方程具有的强非线性和较高维数等特征, 根据钢球平衡方程组中未知量性质的不同, 采用了下述两步求解方法: 首先求解钢球的某个运动特性 (如钢球与内、外圈的接触角), 在这一步求解中, 钢球的其他运动特性取定值 (如钢球公转角速度和自转角速度取定值), 这一求解过程需要对轴承中的钢球逐个进行, 并使用到式 (1)~式 (6) 中的若干相关公式; 将第 1 步

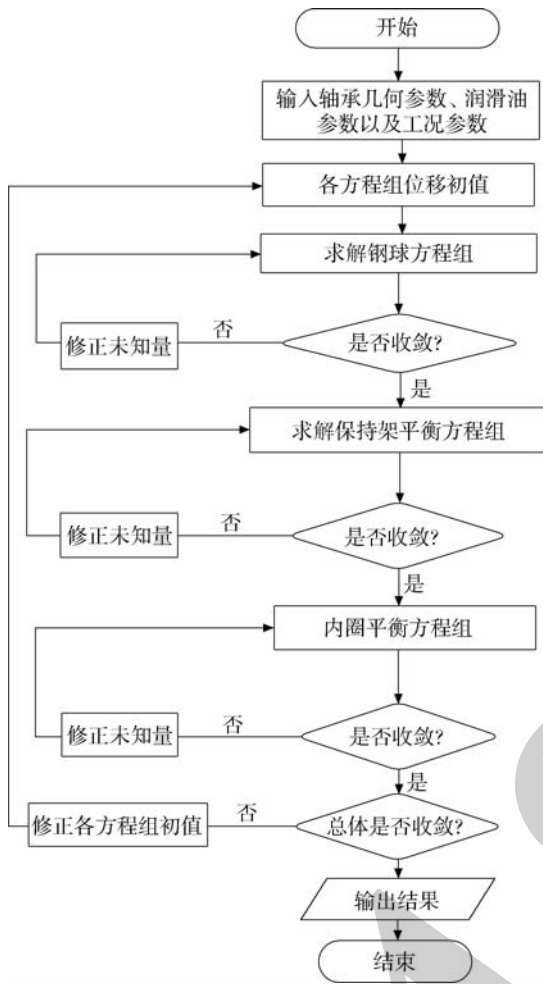


图 4 拟动力学方程组求解流程图

Fig. 4 Flow chart of the solution of quasi-dynamic equations

求解得到的各个钢球的运动特性作为初值,整体求解钢球平衡方程组(式(1)~式(6)),最终获得钢球与内、外圈接触角、钢球公转角速度和自转角速度的收敛值.本文的分析计算表明,这一两步求解方法不仅保证了求解过程的稳定性,而且求解

速度大大加快.

在上述两步求解过程中,均采用稳定性较好的 BFGS 变尺度优化方法求解钢球平衡方程组.同时,为了避免 BFGS 变尺度法在迭代步长确定中存在的费时甚至难以确定的问题,利用黄金分割法辅助 BFGS 变尺度法求解步长因子.

3) 对于维数相对较低的保持架平衡方程组和内圈平衡方程组,则采用收敛速度较快的牛顿-拉夫逊方法进行求解.

4) 拟动力学平衡方程组考虑了热效应和运动贫油等因素对弹流润滑油膜的影响,以及表面粗糙度对油膜拖动力的影响.

表面粗糙度对油膜拖动力的影响与膜厚比关系如下:

1) 当膜厚比 $\lambda_{i(e)j} \geq 4$ 时,钢球与内、外圈处于弹流润滑状态,此时忽略表面粗糙度对油膜拖动力的影响,油膜拖动力表示为

$$T_{i(e)j} = Q_{i(e)j} \mu_{i(e)j} \quad (30)$$

式中 $\mu_{i(e)j}$ 为弹流油膜拖动系数.

2) 当 $0.4 < \lambda_{i(e)j} < 4$ 时,钢球与内、外套圈处于部分弹流润滑状态,此时表面粗糙度对油膜拖动力有影响,油膜拖动力表示为

$$T_{i(e)j} = Q_{ai(e)j} \mu_{ai(e)j} + (Q_{i(e)j} - Q_{ai(e)j}) \mu_{i(e)j} \quad (31)$$

式中 $\mu_{ai(e)j}$ 表示钢球与内、外圈粗糙接触区滑动摩擦因数,其值可以按照干摩擦状态从手册中选取; $Q_{ai(e)j}$ 表示钢球与内、外圈粗糙接触的接触载荷,其表达式为

$$Q_{ai(e)j} = E_{i(e)j} A_{i(e)j} \sigma_\theta I(\lambda_{i(e)j}, \alpha) / (4\pi^2) \quad (32)$$

式中 $E_{i(e)j}$ 为钢球与内、外圈之间的综合弹性模量; $A_{i(e)j}$ 为钢球与内、外圈之间粗糙接触实际接触面积; σ_θ 为粗糙峰斜率,对于滚动轴承,粗糙峰斜率取值为 2° ; $I(\lambda_{i(e)j}, \alpha)^{[10]}$ 的表达式为

$$I(\lambda_{i(e)j}, \alpha) = \begin{cases} 2.3e^{-1.84\lambda_{i(e)j}} + 0.12(\lambda_{i(e)j} - 0.4)^{0.6}(2 - \lambda_{i(e)j})^2 & 0.4 \leq \lambda_{i(e)j} \leq 2 \\ 17e^{-2.84\lambda_{i(e)j}} + 1.4 \times 10^4 (\lambda_{i(e)j} - 2)^{1.1}(4 - \lambda_{i(e)j})^{7.8} & 2 < \lambda_{i(e)j} \leq 4 \end{cases} \quad (33)$$

式中 α 为表面形貌参数,对于滚动轴承 α 取值 2.

3) 当 $\lambda_{i(e)j} \leq 0.4$ 时,钢球与内、外圈的接触处于干摩擦状态,油膜拖动力为滑动摩擦力,表示为

$$T_{i(e)j} = Q_{i(e)j} \mu_{ai(e)j} \quad (34)$$

钢球与内、外圈之间的弹流油膜拖动系数采用文献[12-13]提供的公式计算,即

$$\mu_{i(e)j} = (A + Bs_{i(e)j})e^{-Cs_{i(e)j}} + D \quad (35)$$

式中 $s_{i(e)j}$ 为钢球与内、外圈之间的滑滚比,由运动

学分析计算得到,系数 A, B, C, D 参考文献[11]提供的公式计算获得.

钢球与内、外圈之间的油膜膜厚比为

$$\lambda_{i(e)j} = \frac{h_{i(e)j}}{\sqrt{\sigma_{wj}^2 + \sigma_{bi(e)j}^2}} \quad (36)$$

式中 $h_{i(e)j}$ 为钢球与内、外圈接触区中心油膜厚度; σ_{wj} 为钢球表面粗糙度; $\sigma_{bi(e)j}$ 为内、外圈表面粗糙度.

3 轴承刚度的计算

所谓轴承刚度^[14-17]是指轴承抵抗外部变形的能力,轴承刚度可以表示为

$$K_p = \frac{F_p(\delta_p + \Delta\delta_p) - F_p(\delta_p)}{\Delta\delta_p} \tag{37}$$

式中下标 p 表示 x, y, z, θ_y 和 θ_z 五个方向; K_p 为 p 方向上的轴承刚度; F_p 为 p 方向上轴承内圈所受的作用力, δ_p 为 p 方向上轴承内圈位移, $\Delta\delta_p$ 为 p 方向上轴承内圈位移的变化量. 考虑到轴承具有 x, y, z, θ_y 和 θ_z 五个方向上的刚度, 对于每一个方向上的位移变化, 需要计算出因位移变化造成的作用在内圈上此方向的力的变化, 这一计算工作是繁杂的. 为此, 本文采用求解导数的方式计算轴承刚度. 下面以 x 方向上的轴承刚度 K_x 为例说明求解思路.

将所有钢球与内圈之间的接触力 Q_{ij} 、油膜拖动力 T_{ij} 和滚动摩擦力 F_{rij} 在 x 方向上进行叠加, 得到作用在轴承内圈上 x 方向上的合力矢量为

$$F'_x = \sum_{j=1}^z (Q_{ij} \sin\alpha_{ij} + T_{xij} \cos\alpha_{ij} - F_{rij} \cos\alpha_{ij}) \tag{38}$$

由于钢球与内圈之间的接触力 Q_{ij} 、油膜拖动力 T_{ij} 和钢球内圈接触角 α_{ij} 均是轴承内圈在 5 个方向上位移 $\delta_x, \delta_y, \delta_z, \theta_y$ 和 θ_z 的函数, 所以轴承内圈 x 方向上的合力矢量 F'_x 也是轴承内圈 5 个方向上位移的函数. 将合力 F'_x 对轴承内圈 x 方向位移 δ_x 求偏导, 即可得到轴承刚度 K_x , 即

$$K_x = \frac{\partial F'_x}{\partial \delta_x} = \sum_{j=1}^z \left[\left(\frac{\partial Q_{ij}}{\partial \delta_x} - T_{xij} \frac{\partial \alpha_{ij}}{\partial \delta_x} - F_{rij} \frac{\partial \alpha_{ij}}{\partial \delta_x} \right) \sin\alpha_{ij} + \left(Q_{ij} \frac{\partial \alpha_{ij}}{\partial \delta_x} + \frac{\partial T_{xij}}{\partial \delta_x} \right) \cos\alpha_{ij} \right] \tag{39}$$

式(39)中 Q_{ij} 对轴承内圈位移 δ_x 的求导分别与式(7)、式(5)和式(1)相关联, T_{xij} 对轴承内圈位移 δ_x 的求导分别与式(30)、式(7)、式(5)和式(1)相关联, 以及对内圈接触角 α_{ij} 的求导分别与式(15)、式(5)和式(1)相关联, 在 Matlab 软件平台上采用数值分析方法求解钢球平衡方程组、内圈平衡方程组和保持架平衡方程组, 获得平衡位置处的轴承运动参数, 然后代入式(39)计算获得轴承刚度 K_x .

采用相同的求解思路和方法依此可以获得对应 y 和 z 方向上的轴承主刚度 $K_y = \frac{\partial F'_y}{\partial \delta_y}, K_z =$

$\frac{\partial F'_z}{\partial \delta_z}$, 以及对应 θ_y 和 θ_z 方向的轴承角刚度 $K_{\theta_y} = \frac{\partial M'_y}{\partial \delta_{\theta_y}}, K_{\theta_z} = \frac{\partial M'_z}{\partial \delta_{\theta_z}}$.

4 高速角接触球轴承的动态性能分析

通过求解拟动力学方程组可以获得轴承的钢球公转角速度和自转角速度, 钢球与内、外圈接触角, 保持架位移和内圈位移, 以及在此基础上计算轴承刚度. 以角接触球轴承 7218B 为例, 研究轴承几何参数、工况参数对轴承运动学和动态特性的影响. 轴承几何和物理主要参数数据见表 1. 分析中使用的是 4109 合成润滑油, 其密度为 952.52 kg/m^3 , 黏度为 $0.0276 \text{ Pa} \cdot \text{s}$.

表 1 7218B 轴承几何和物理主要参数
Table 1 Main geometry and physics parameters of 7218B bearing

参数	数值	参数	数值
钢球数目	16	外沟曲率	0.523
球径/mm	22.225 0	内沟曲率	0.523
节径/mm	125.000 0	泊松比	0.3
原始接触角/(°)	40.000	弹性模量/ 10^{11} Pa	2.04

4.1 若干工况条件下高速角接触球轴承力学特性

图 5 是在轴向载荷 $F_a = 20\,000 \text{ N}$, 转速 $n = 15\,000 \text{ r/min}$ 条件下, 钢球内圈和外圈接触角随径向载荷变化的情况. 从图 5 中可以看出, 随着径向载荷的增加, 在承载区轴承内圈接触角减小, 外圈接触角增大, 在非承载区内圈接触角增大, 外圈接触角减小. 其原因是, 由于径向载荷的作用, 在承载区钢球在径向方向处于压紧状态, 非承载区钢球在径向方向处于放松状态, 使得钢球中心与外圈沟曲率中心的径向位移 X_{rj} , 在承载区变小而在非承载区变大, 结合图 1 和式(15)、式(16)可以解释图 5 的结论. 此外还可以看出, 当径向力为零时, 内外圈接触角不随位置角变化而变化, 其原因是当轴承只承受轴向载荷时, 所有钢球是均匀受载的, 因此, 所有钢球的运也是相同的.

图 6 是在径向载荷 $F_r = 3\,000 \text{ N}$, $n = 15\,000 \text{ r/min}$ 条件下, 钢球内圈接触角随轴向载荷的变化情况. 从图 6 中可以看出: 随着轴向载荷的增加, 钢球的内外圈接触角逐渐变大. 其原因是随着轴向载荷的增大, 内圈轴向位移 Δ_x 逐渐增大, 钢球中心与内圈沟曲率中心轴向位移 A_{xj} 和钢球与外

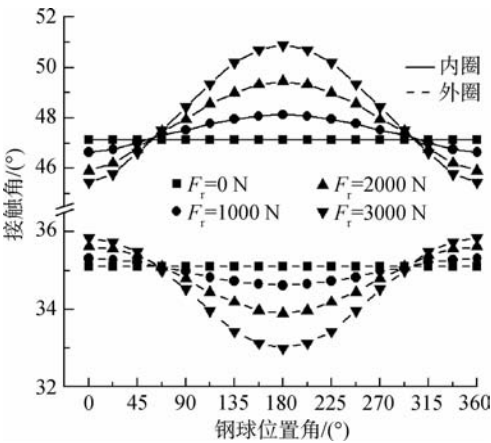


图 5 钢球内外圈接触角与径向载荷的关系
Fig. 5 Relationships between contact angle of inner and outer ring of steel ball and radial load

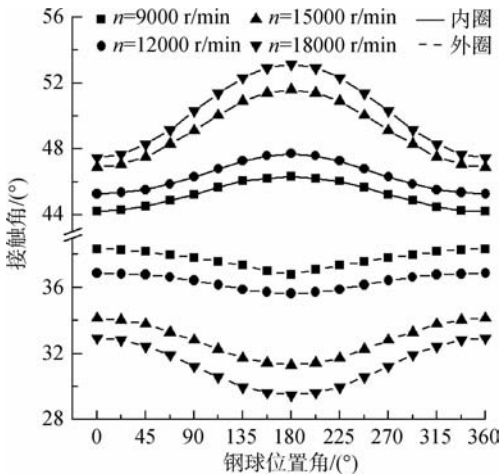


图 7 钢球内外圈接触角与转速的关系
Fig. 7 Relationships between contact angle of inner and outer ring of steel ball and rotational speed

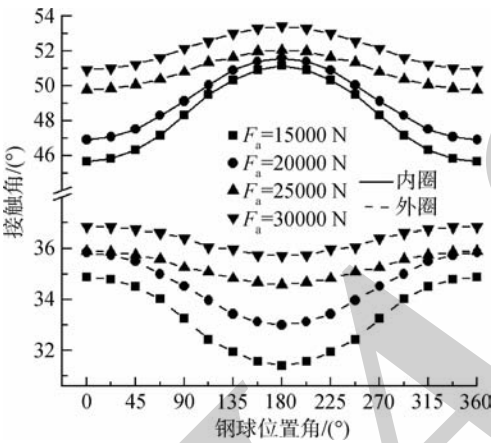


图 6 钢球内外圈接触角与轴向载荷的关系
Fig. 6 Relationships between contact angle of inner and outer ring of steel ball and axial load

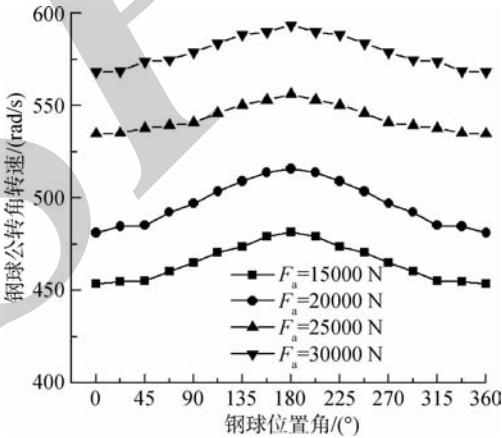


图 8 钢球公转角速度与轴向载荷之间的关系
Fig. 8 Relationships between revolution angular velocity of steel ball and axial load

圈沟曲率中心位移 X_{aj} 均随着轴向载荷的增大而增大,结合图 1 可知,钢球内、外圈接触角的正切值均增大,由式(15)、式(16)可以得到图 6 的结论。

图 7 是在 $F_a = 20\,000\text{ N}$, $F_r = 3\,000\text{ N}$ 条件下,钢球内外圈接触角随转速的变化情况。从图 7 中可以看出:随着转速的增加,内圈接触角逐渐增大,外圈接触角逐渐减小。其原因是:随着转速的增加,离心力、陀螺力矩作用增强,钢球外抛加剧,钢球中心与外圈沟曲率中心的径向位移 X_{rj} 增大,而轴承内、外圈沟道曲率中心的径向位移 A_{rj} 不变化,结合图 1 和式(15)、式(16)可以得到钢球的内圈接触角逐渐变大,钢球外圈接触角逐渐变小。

图 8 是在径向力 $F_r = 3\,000\text{ N}$, $n = 15\,000\text{ r/min}$ 条件下,钢球公转角速度随轴向载荷的变化

情况。从图 8 中可以看出:随着轴向载荷的增大,钢球公转角速度逐渐增大,但分布范围不变。其原因是,随着轴向载荷的增大,钢球与内、外圈之间的接触力增大,钢球与内、外圈之间的拖动力也增大,钢球公转打滑率降低,因此,钢球的公转角速度会逐渐增大。另外,由于轴向载荷均匀作用在每个钢球上,并不影响轴承的承载区分布。

图 9 是在径向力 $F_a = 20\,000\text{ N}$, $F_r = 3\,000\text{ N}$ 条件下,轴承内圈位移随转速的变化情况。从图 9 中可以看出,随着转速的增加,内圈轴向位移逐渐减小,径向位移逐渐增大。其原因是,随着转速的提高,钢球离心力增大,钢球与内圈法向接触力减小且钢球与内圈接触角增大,沿径向分量减小,对径向载荷抵抗作用减弱,因此径向位移增大。但内圈法向接触力变化量与内圈接触角变化量相比影

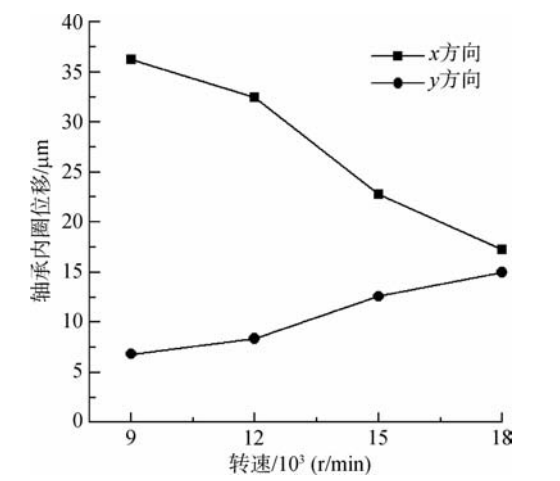


图 9 轴承内圈位移与转速之间的关系

Fig. 9 Relationships between displacement of inner ring and rotational speed

响较小,内圈法向接触力沿轴向分量相对增大,对轴向抵抗作用增强,因此轴向位移减小。

图 10 是在 $n=15\,000\text{ r/min}$ 条件下,保持架质心偏心距随径向载荷的变化情况。从图 10 中可以看出,随着径向载荷的增加,保持架质心偏心距逐渐增大。其原因是,径向载荷增大,轴承径向变形量增大,轴承整体质心下移,因此保持架质心在径向方向偏心量增大,导致保持架质心偏心距逐渐增大。

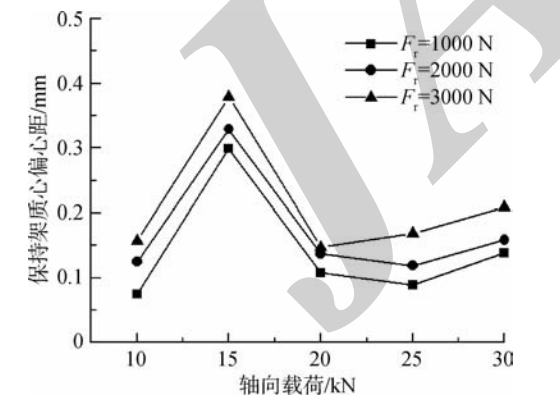


图 10 保持架质心偏心距与径向载荷之间的关系

Fig. 10 Relationships between centroid offset distance of cage and radial load

4.2 高速角接触球轴承的刚度特性

图 11 是在 $F_a=20\,000\text{ N}$, $F_r=3\,000\text{ N}$, $n=15\,000\text{ r/min}$ 条件下,钢球数目的变化对高速球轴承刚度的影响。从图 11 中可以看出, x (轴向)、 y (径向)、 z (水平方向)方向的轴承刚度都随着钢球数目增加而增大。其原因是当外载荷一定时,随着钢球数目增加,每个钢球所承受的载荷均减小,使

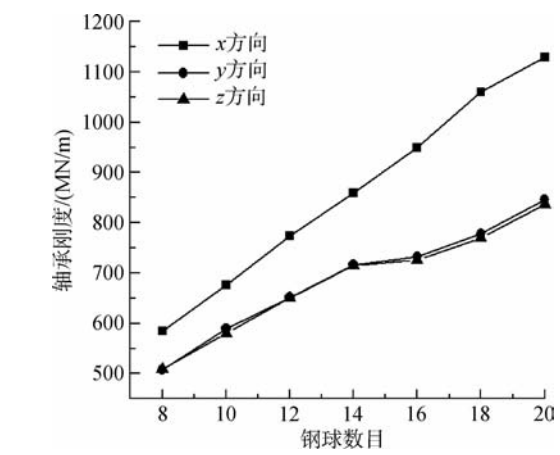


图 11 轴承刚度与钢球数目之间的关系

Fig. 11 Relationships between bearing stiffness and the number of steel balls

得钢球与内圈之间的接触变形减小,所以轴承刚度增大。此外还可以看出, y (径向)、 z (水平方向)的刚度很接近,这是由于轴承结构对称性特点决定的。

图 12 是在 $F_a=20\,000\text{ N}$, $F_r=3\,000\text{ N}$, $n=15\,000\text{ r/min}$ 条件下,钢球内圈沟曲率系数变化对高速球轴承刚度的影响。从图 12 中可以看出, x (轴向)、 y (径向)、 z (水平方向)方向的轴承刚度随着钢球内圈沟曲率系数的增加而逐渐减小。其原因是随着内圈沟道曲率系数增大,钢球与内圈之间赫兹接触变形增大,导致 3 个方向上的轴承刚度都下降。

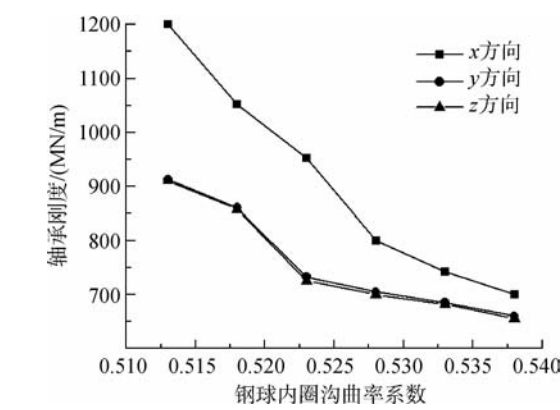


图 12 轴承刚度与钢球内圈沟曲率系数之间的关系

Fig. 12 Relationships between bearing stiffness and curvature coefficient of inner ring groove of steel balls

图 13 是分别在 $F_r=3\,000\text{ N}$, $n=15\,000\text{ r/min}$ 一定和 $F_a=20\,000\text{ N}$, $n=15\,000\text{ r/min}$ 一定的条件下,轴向载荷、径向载荷对轴承刚度的影响。从图 13 中可以看出, x (轴向)、 y (径向)和 z (水平方向)3 个方向的轴承刚度随着轴向载荷的增大而

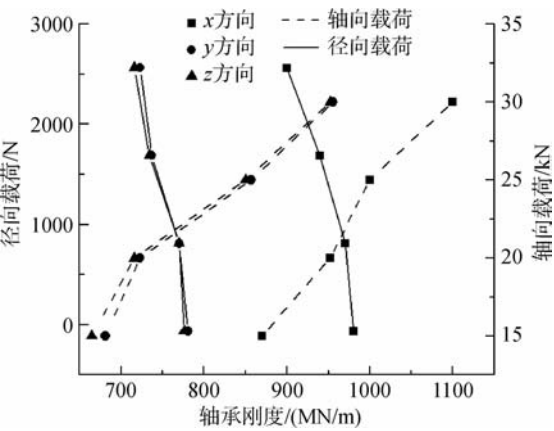


图 13 轴承刚度与轴向、径向载荷之间的关系
Fig. 13 Relationships between bearing stiffness and axial load, radial load

增大,随着径向载荷的增大而减小. 其原因是,随着轴向载荷的增加,钢球与内、外圈之间的法向接触力增大,同时钢球与内、外圈之间的接触角也增大,轴承接触刚度增大,导致轴承刚度随着轴向载荷的增大而增大. 相反,随着径向载荷增加,钢球变形量和轴承内圈质心偏移量增大,轴承位移变化量大于径向载荷变化量,导致轴承刚度随着径向载荷的增加而减小.

图 14 是在分别 $F_a=20\,000\text{ N}$, $F_r=3\,000\text{ N}$ 条件下,转速对角接触球轴承刚度的影响,从图 14 中可以看出: x (轴向)方向的轴承刚度随着转速的增大而增大, y (径向)、 z (水平方向)方向的轴承刚度随着转速的增大而减小. 其原因是当外载荷一定时,随着转速的增加,轴承的轴向位移减小,径向位移增大,因此,可以得到图 14 的结论.

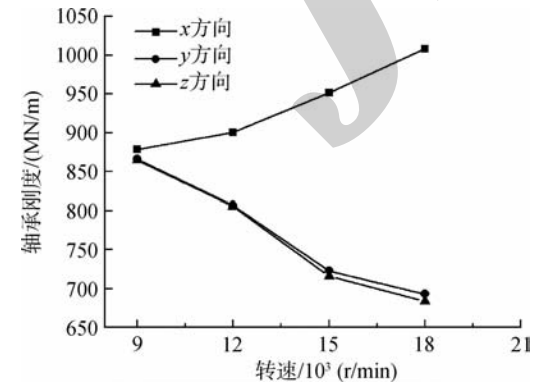


图 14 轴承刚度与转速之间的关系
Fig. 14 Relationships between bearing stiffness and rotational speed

5 结果验证

本文基于提出的拟动力学模型,编制了高速

角接触球轴承拟动力学求解程序,为了验证本文模型及程序的可靠性,通过与 SKF 公司开发的商业软件程序 AT74Y001^[18]就某算例进行了计算对比. 算例中的轴承几何和物理参数见表 2,工况条件为轴向载荷 14 679 N,径向载荷为零,转速为 25 000 r/min. 保持架引导方式为外圈引导. 计算结果的对比如表 3 所示.

表 2 轴承几何参数和物理参数	
Table 2 Geometry and physics parameters of bearing	
参数	数值
球数	21
球径/mm	20.6375
节径/mm	159.4485
原始接触角/(°)	26
内圈沟曲率系数	0.516
外圈沟曲率系数	0.521
泊松比	0.3
弹性模量/ 10^{11} Pa	2.04
保持架兜孔间隙/mm	0.2
保持架引导间隙/mm	0.8

表 3 计算结果对比			
Table 3 Comparison of calculation results			
参数	计算结果		相对误差/%
	AT74Y001	本程序	
内圈接触角 $\alpha_i/(^\circ)$	28.77	29.42	2.6
外圈接触角 $\alpha_e/(^\circ)$	6.94	7.28	4.8
内圈接触力 Q_i/N	1418	1362.6	3.9
外圈接触力 Q_e/N	5524	5279.4	4.4
公转角速度 $\omega_m/(\text{r/min})$	1217.4	1168.7	4.0
自转角速度 $\omega_x/(\text{r/min})$	10730	10288	4.1
x, y, z 方向 $\omega_y/(\text{r/min})$	67.53	70.37	4.2
分量 $\omega_z/(\text{r/min})$	281.36	274.04	2.6
内圈油膜厚度 h_i/mm	0.0733	0.0761	3.8
外圈油膜厚度 h_e/mm	0.1078	0.1023	5.1
内圈位移 Δ_x/mm	0.104	0.1065	2.4

从以上对比结果可以看出,两个程序的计算结果比较接近,说明了本文提出的拟动力学计算方法是准确和可靠的. 由于收敛误差的存在以及求解方法的异同,造成了两种计算结果略有不同.

6 结 论

- 1) 随着轴向载荷的增大,内、外圈接触角增大;随着径向载荷的增大,在承载区轴承内圈接触角减小,外圈接触角增大,在非承载区内圈接触角增大,外圈接触角减小;随着转速的增加,轴承内圈接角的逐渐变大,外圈接触角逐变小.
- 2) 随着轴向载荷的增大,钢球公转速度逐渐增大但轴向载荷不影响钢球公转速度的分布;随着径向载荷的增大,保持架的质心偏心距增大
- 3) 随着钢球数目的增加,轴承 x (轴向)、 y (径向)、 z (水平方向) 3 个方向刚度逐渐增大;随着内圈沟曲率系数增加,轴承 x (轴向)、 y (径向)、 z (水平方向) 3 个方向刚度逐渐减小.
- 4) 随着轴向载荷的增大,轴承轴承 x (轴向)、 y (径向)、 z (水平方向) 3 个方向刚度逐渐增大;随着径向载荷和转速的增大,轴承 x (轴向)、 y (径向)、 z (水平方向) 3 个方向刚度逐渐减小.

参考文献:

[1] Jones A B. The mathematical theory of rolling element bearing[M]. [S. l.]:Pergamon Press,1956.

[2] Harris T A. Analytical method to predict skidding in high speed roller bearings[J]. Tribology Transaction, 1966, 9 (3):229-241.

[3] Boness R J. The effect of oil supply on cage and roller motion in a lubricated roller bearing[J]. Journal of Tribology, 1970,92(1):39-53.

[4] Walters C T. The dynamics of ball bearings[J]. Journal of Lubrication Teehnology, 1971,93(1):1-10.

[5] 姜维,杨咸启,常宗瑜. 高速角接触球轴承动特性参数分析[J]. 轴承,2008(6):1-4.

JIANG Wei, YANG Xianqi, CHANG Zongyu. Analysis of dynamic characteristic parameters of high speed angular contact ball bearing[J]. Bearing, 2008(6): 1-4. (in Chinese)

[6] 唐云冰,高德平,罗贵火. 航空发动机高速滚珠轴承力学特性分析与研究[J]. 航空动力学报,2006,21(7):354-360.

TANG Yunbing, GAO Deping, LUO Guihuo. Analysis and Research on mechanical properties of high speed ball bearing of aero engine[J]. Journal of Aerospace Power, 2006, 21(7):354-360. (in Chinese)

[7] 李锦标,吴林丰. 高速滚子轴承的动力学分析[J]. 航空学

报,1992,13(12):625-632.

LI Jinbiao, WU Linfeng. Dynamic analysis of high speed roller bearing[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica. 1992,13(12):625-632. (in Chinese)

[8] 罗祝三,吴林丰,孙心德. 轴向受载的高速球轴承的拟动力学分析[J]. 航空动力学报,1996,11(3):257-260.

LUO Zhusan, WU Linfeng, SUN Xinde. Qusai-dynamic analysis of high speed thrust ball bearings[J]. Journal of Aerospace Power, 1996, 11(3):257-260. (in Chinese)

[9] Meeks C R. Ball bearing dynamic analysis using computer methods[J]. Journal of Tribology, 1996,118(1):52-58.

[10] Gupta P K. Dynamic of rolling-element bearings: Part III ball bearing analysis[J]. Journal of Tribology, 1979, 101 (3):312-318.

[11] 孙靖民 梁迎春. 机械优化设计[M]. 北京:机械工业出版社,2006.

[12] 邓四二,贾群义. 滚动轴承原理[M]. 北京:中国标准出版社,2014.

[13] Wang Y S, Yang B Y, Wang L Q. Investigation into the traction coefficient in elastohydro-dynamic lubrication[J]. Tribotest, 2004, 11(2):113-124.

[14] 曹宏瑞,李亚敏. 高速滚动轴承-转子系统时变轴承刚度及振动响应分析[J]. 机械工程 2014, 50(7):74-80.

CAO Hongrui, LI Yamin. Analysis of stiffness and vibration response of high speed rolling bearing rotor system [J]. Mechanical Engineering. 2014, 50(7):74-80. (in Chinese)

[15] 方兵,张雷. 角接触球轴承刚度理论计算与实验[J]. 吉林大学学报:工学版,2012,42(5):840-844.

FANG Bing, ZHANG Lei. Theoretical calculation and experiment of stiffness of angular contact ball bearing[J]. Journal of Jilin University: Engineering Science Edition, 2012, 42(5):840-844. (in Chinese)

[16] 杜迎辉,邱明. 高速精密轴承角接触球轴承刚度计算力学[J]. 轴承,2001(11):5-8.

DU Yinghui, QIU Ming. Stiffness of angular contact ball bearings for high speed precision bearings[J]. Bearing, 2001(11):5-8. (in Chinese)

[17] 王保民,梅雪松. 内圈离心位移对高速角接触球轴承 刚度的影响[J]. 计算力学,2010,27(5):145-150.

WANG Baomin, MEI Xuesong. Effect of centrifugal displacement of inner ring on stiffness of high speed angular contact ball bearing[J]. Computational Mechanics, 2010, 27(5):145-150. (in Chinese)

[18] 林基怒,常春江. 航空发动机手册:上册[M]. 北京:航空工业出版社,2001.

(编辑:王碧珺)